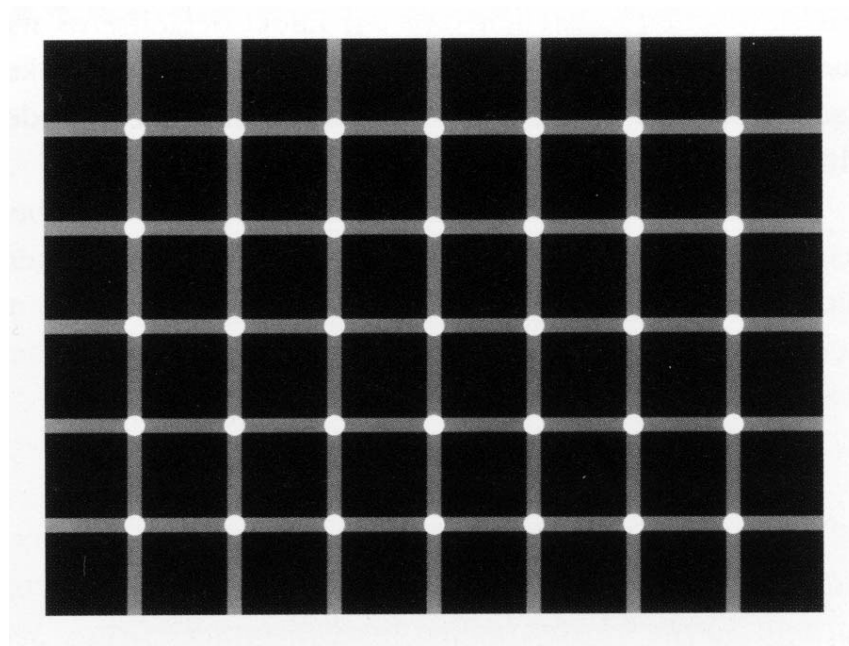


Skriptteil 10

WWW: Sinnestäuschungen:

<http://www.leinroden.de/304herfold.htm>

Betrachten Sie dieses Bild ('Hermann-Gitter'):



Physiologie des Sehens:

<http://www.merian.fr.bw.schule.de/beck/skripten/12/bs12-36.htm>

Nachdenken/Nachlesen:

- Einige Tiefseefische sind, wenn man sie an die Wasseroberfläche bringt, rot - ist das eine gute Tarnfarbe ?
- Hat ein Gegenstand auf dem Mond (betrachtet von einem Astronauten dort) die gleiche Farbe wie auf der Erde ?

9. Lichtstreuung

Warum ist der Himmel blau ? Und die Abendsonne¹ rot ?

Aber auch: Warum sind Wolken weiß ? Wieso erscheinen ferne Berge blau ?

Wir haben schon in Kapitel 2 Streuphänomene kurz betrachtet. Sie treten im Prinzip immer dann auf, wenn Licht ein transparentes Medium durchquert. Dabei absorbieren die Atome/Moleküle Licht und

¹Gibt es einen Unterschied zwischen Morgen- und Abendsonne ?

reemittieren es eine Zeit τ später wieder: Lumineszenz. Geschieht dies sehr schnell ($\tau \sim 10^{-8}$ s), spricht man von Fluoreszenz², sonst von Phosphoreszenz³. Dabei können sich Richtung und Wellenlänge ändern. Die Eigenschaften des gestreuten Lichtes hängen von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes und dem Streuwinkel ab. Auch Polarisierungseffekte spielen eine Rolle (Kapitel 4).

VERSUCH: 5.8.1: Fluoreszenz (UV-Strahlung auf weiße Textilien)

VERSUCH: 5.8.2: Phosphoreszenz (Uhrzeiger, Lichtschalter)

9.1. Allgemeine Überlegungen

9.1.1. Kohärente und inkohärente Streuung

Eine erste wichtig Unterscheidung ist die folgende:

- reguläre, dichte (Abstände $d \ll \lambda$) Anordnung der Streuzentren (Kristall) \rightarrow kohärente Überlagerung \rightarrow destruktive Interferenz seitwärts: Licht breitet sich geradlinig aus: (Man betrachte $N = \lambda/d$ benachbarte Streuzentren, die auf einer Linie senkrecht zum einlaufenden Strahl sitzen: Die resultierende Amplitude ist \sim null, da die Phasen den Wertebereich von 0 bis 2π durchlaufen.)
- irreguläre Anordnung von weit entfernten ($d \gg \lambda$) Streuzentren (Gas) \rightarrow inkohärente Überlagerung der abgestrahlten Kugelwellen \rightarrow Streuung auch seitwärts.

Es gibt einen kontinuierlichen Übergang zwischen diesen Extremfällen. Qualitativ: je dichter und geordneter die Anordnung der Streuzentren, desto weniger Licht wird seitlich gestreut.

9.1.2. Größe der Streuzentren

Bisher haben wir angenommen, dass wir makroskopisch große Volumina haben und die Streuzentren einzelne Atome oder Moleküle⁴ sind, mit einer Größe von typisch ~ 1 nm.

Man kann vier Kategorien von streuenden Objekten unterscheiden:

- einzelne Moleküle, s.o.,
- Mikropartikel, aus N Molekülen bestehend, mit hoher Dichte und einer Größe $r < \lambda$ (Staub, winzige Tröpfchen). Da hier die Abstände der Moleküle klein sind gegenüber λ , addieren sich die Amplituden der gestreuten Wellen konstruktiv:

$$I \sim N^2 \sim r^6 \quad (1)$$

Man spricht von Rayleigh-Streuung, wenn $r \ll \lambda$.

- größere Objekte $r \gtrsim \lambda$: Mie-Streuung⁵ = Übergangsbereich.

²insbesondere wird dieser Begriff eingesetzt, wenn nur bestimmte Wellenlängen reemittiert werden, die Spektrallinien von Atomen entsprechen

³Beide Begriffe werden auch bei der Reflektion von Licht und allgemeiner Teilchenstrahlen an Oberflächen benutzt

⁴im folgenden schließt dieses Wort auch Atome mit ein

⁵G. Mie, 1868-1957

- große Objekte $r \gg \lambda$. Hier sind die Oberflächen für die Reflexion verantwortlich.

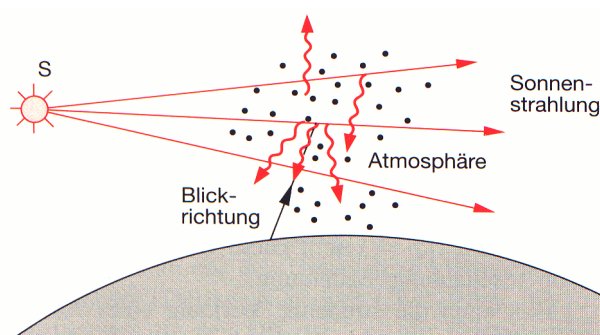
9.1.3. Wellenlängenabhängigkeit der Absorption

Die Intensität der von einem angeregten Molekül abgestrahlten Leistung kann man mit den Gleichungen aus Kapitel 2 und Vorlesung Physik II beschreiben (Hertzscher Dipol mit Eigenfrequenz ω_0 , Anregung mit ω):

$$P \sim \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \quad (2)$$

Die Dämpfung γ kann außerhalb der Resonanzregionen vernachlässigt werden. Auch die Wahrscheinlichkeit p der Absorption von Licht ist proportional zu diesem Ausdruck (Zeitumkehr).

9.2. Streuung von Sonnenlicht in der Erdatmosphäre



Große Objekte wie Wassertropfen (deren Reflexionsvermögen ist nahezu unabhängig von der Wellenlänge \rightarrow Wolken sind weiß bzw. grau⁶) betrachten wir hier nicht.

9.2.1. Streuung an einzelnen Luftmolekülen

Sowohl N_2 als auch O_2 haben Resonanzfrequenzen nur bei Energien deutlich oberhalb des Sichtbaren. Damit sind Verluste vernachlässigbar, die eingestrahlte Energie wird praktisch vollständig reemittiert, das Licht also elastisch gestreut. Es gilt für die Absorptions- und Streuwahrscheinlichkeit in guter Näherung:

$$p \sim \omega^4 \quad (3)$$

Am Erdboden beträgt die Dichte von Luft etwa $\rho \sim 1 \text{ kg/m}^3$. Mit einer mittleren Molekülmasse von $m \sim 3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ folgt für den mittleren Abstand zwischen den Molekülen

$$d^3 \sim \frac{m}{\rho} \quad d \sim 3 \text{ nm} \quad (4)$$

Die Bedingung $d \gg \lambda$ ist also keineswegs erfüllt, die Abstrahlung von Streulicht somit unterdrückt.

⁶Unterschied ?!

In den oberen Atmosphärenschichten ist r größer; dort spielt die Streuung also eine relativ größere Rolle! Wegen $p \sim \omega^4$ wird blaues Licht sehr viel stärker gestreut als rotes. Konsequenzen: gestreutes Licht = Himmel = blau; durchgelassenes Licht = rötlich (wird erst sichtbar wenn durchquerte Luftschicht⁷ dick ist - also bei niedrigem Sonnenstand über dem Horizont).

Ein mehrere Kilometer entfernter Berg wird durch einen dicken Luftschleier betrachtet, der von blauem Streulicht eingefärbt ist; die 'Rotverschiebung' des Lichtes vom Berg auf dem Weg zum Beobachter hat dagegen wegen der hohen Luftdichte⁸ im unteren Atmosphärenbereich keine signifikante Bedeutung.

9.2.2. Streuung an Mikropartikeln

Auch hier gilt $p \sim \omega^4$. Die Bedingung für konstruktive Überlagerung $r < \lambda$ erfüllen mit zunehmender Größe r zuerst die kurzwelligeren blauen Lichtstrahlen **nicht** mehr. Das heißt, hier tritt - im Gegensatz zu den bisherigen Überlegungen - bevorzugt eine Streuung von rotem Licht auf.

Als Konsequenz wird das Himmelsblau bei zunehmender Luftfeuchtigkeit blasser.

10. Farben

Das Auge hat einen großen Empfindlichkeitsbereich, der sich über 10 Zehnerpotenzen in der empfangenen Strahlungsleistung erstreckt. Es gilt das Gesetz von Weber-Fechner: Die empfundene Helligkeit H wächst logarithmisch mit der physikalischen Strahlungsleistung P , die auf das Auge trifft:

$$H \sim \log P \quad (5)$$

Außer Intensitäten kann der Mensch andere 'Qualitäten' des Lichtes unterscheiden, insbesondere die Farbe.

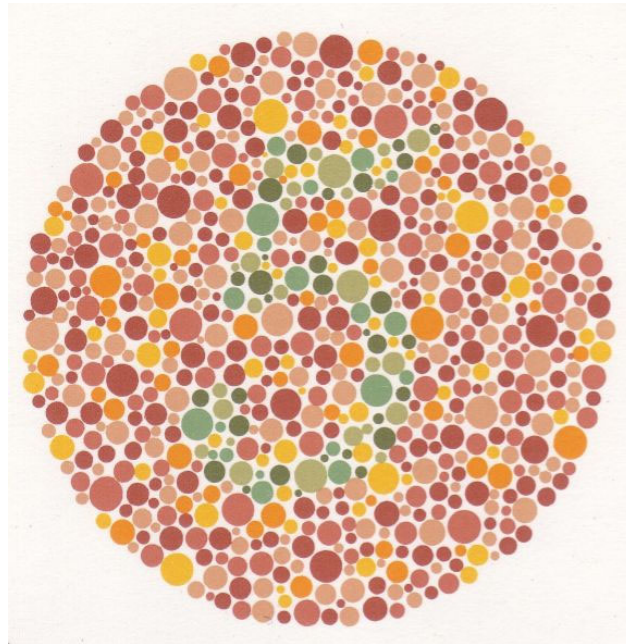
VERSUCH:

Sind Sie farbenblind (rot-grün-blind) ? Ishihara-Test⁹:

⁷rot: mittlere freie Weglänge in Atmosphäre ~ 100 km

⁸hohe Dichte \rightarrow mehr Streuzentren bedeutet zunächst mehr Wechselwirkung. Wegen $d \ll \lambda$ wird aber seitliche Streuung unterdrückt, s.o.

⁹S. Ishihara, 1962; Test funktioniert nicht bei schwarz-weißer Wiedergabe!



Farben sind eine Sinnesempfindung. Der von Menschen empfundene Farbeindruck eines Gegenstandes ist das Zusammenspiel von

- Beleuchtung
- Reflektionseigenschaften des Gegenstandes
- Auge und Gehirn

10.1. Farbwahrnehmung

10.1.1. Stäbchen und Zäpfchen

‘Bei Nacht sind alle Katzen grau’: die Farbwahrnehmung funktioniert nur bei hellem Licht.

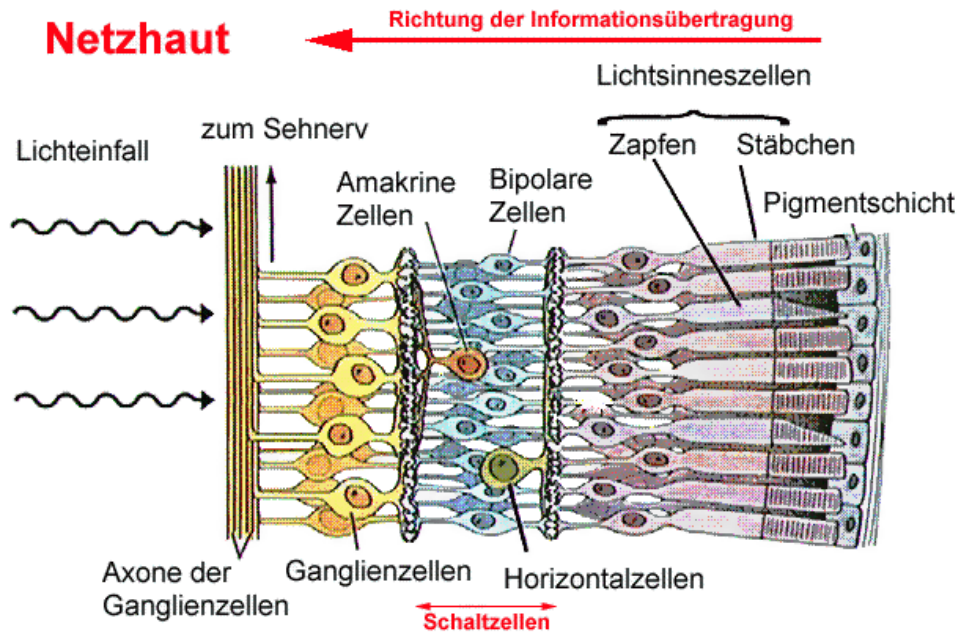
Beispiel:

Eine Langzeitaufnahme des Sternenhimmels mit einem einfachen Photoapparat zeigt deutlich die verschiedenen Farben der Himmelsobjekte:



Obwohl man diese Sterne mit dem bloßen Auge gut sehen kann, reicht die Lichtintensität nicht aus, um die Farben zu erkennen.

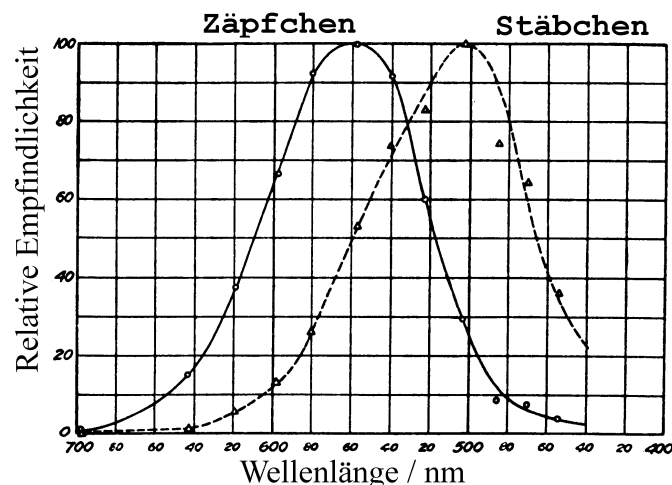
Dieses schon lange bekannte Phänomen ist auf die zwei unterschiedlichen Typen von Lichtsinneszellen in der nur etwa 0.4 mm dicken Netzhaut (Retina) des menschlichen Auges zurückzuführen:



Das Auge besteht aus etwa 120 Millionen Stäbchen (rods) und 5 Millionen Zäpfchen (cones). Letztere ermöglichen das Farbsehen, erstere sind aber lichtempfindlicher. Im zentralen Bereich der Netzhaut (fovea centralis) gibt es fast nur Zäpfchen.

Von den Sinneszellen aus wird die Information mittels davorliegender (!) anderer Zellen 'vorverarbeitet' und im Gehirn entsteht daraus der entsprechende Sinneseindruck.

Die Stäbchen haben eine Empfindlichkeitskurve, deren Maximum relativ zu der der Zäpfchen¹⁰ zu kürzeren Wellenlängen verschoben ist:



¹⁰alle 3 Farbtypen zusammengenommen, s.u.

Insbesondere sind die Stäbchen im roten Spektralbereich unempfindlich.

Beispiel:

Betrachtet man ein farbiges Bild im Dämmerlicht, erscheinen die hellroten Stellen sehr dunkel (Purkinje-Effekt¹¹):



10.1.2. Drei Grundfarben

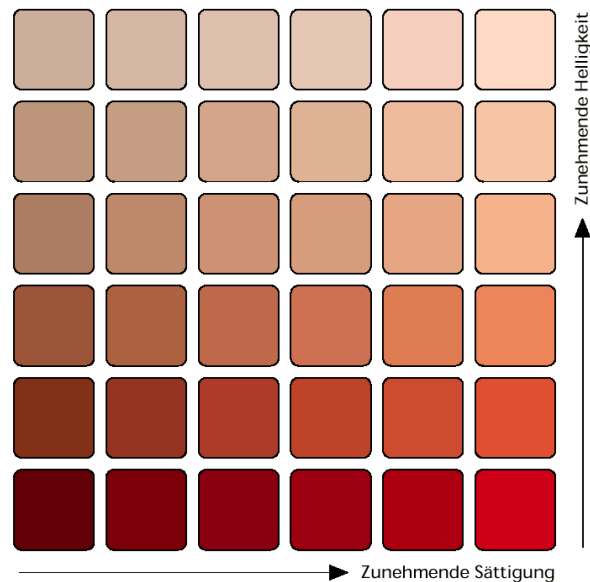
Im 19. Jahrhundert war auch schon bekannt, dass man mit nur drei geeigneten Angaben jede wahrnehmbare Farbe¹² charakterisieren kann, der Farbraum also dreidimensional ist, wie Helmholtz erkannte. Eine Möglichkeit bietet das Begriffs-Tripel Farbton (hue), Sättigung (saturation) und Helligkeit (brightness).

Beispiel:

Bei festem Farbton werden die beiden anderen Größen variiert:

¹¹J.E. Purkinje 1787-1869

¹² Man beachte, dass zur exakten Angabe eines beliebigen Farbspektrums unendlich viele Zahlen gebraucht werden, und selbst wenn man den Bereich des sichtbaren Lichtes in $\Delta\lambda = 10 \text{ nm}$ breite Bins aufteilt, sind immer noch knapp vierzig Zahlen nötig!



Eine andere Möglichkeit ist das additive Überlagern von drei Grundfarben (rot, grün, blau), also das Bilden der Linearkombination

$$F = r \cdot R + g \cdot G + b \cdot B \quad (6)$$

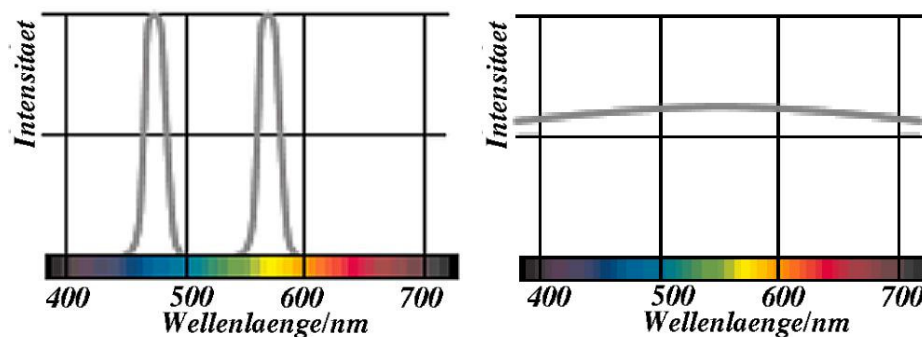
um eine Farbe F darzustellen. Dabei bedeutet F die Farbempfindung, R, G, B sind die Farbempfindungen, die den drei Spektralfarben entsprechen und r, g, b sind reelle Koeffizienten. Dies ist das 1. Graßmannsche Gesetz¹³.

Unterschiedliche Spektren, die zum gleichen Sinneseindruck führen, nennt man Metamere.

Beispiel:

rot + grün = gelb

Beispiel:



In beiden Fällen sieht man weiß

VERSUCH: 5.9.4: Metamere (Haftoptik)

¹³H.G. Graßmann, 1809-1877

Man beachte: ‘Addieren’ verschiedener Spektralanteile bedeutet: Addieren der *Intensitäten!*

Unterscheiden kann man metamere Lichtspektren, wenn man mit ihnen Objekte beleuchtet und das reflektierte Licht beobachtet. Da die Oberflächen ein wellenlängenabhängiges Reflexionsvermögen besitzen, kann man so Unterschiede feststellen.

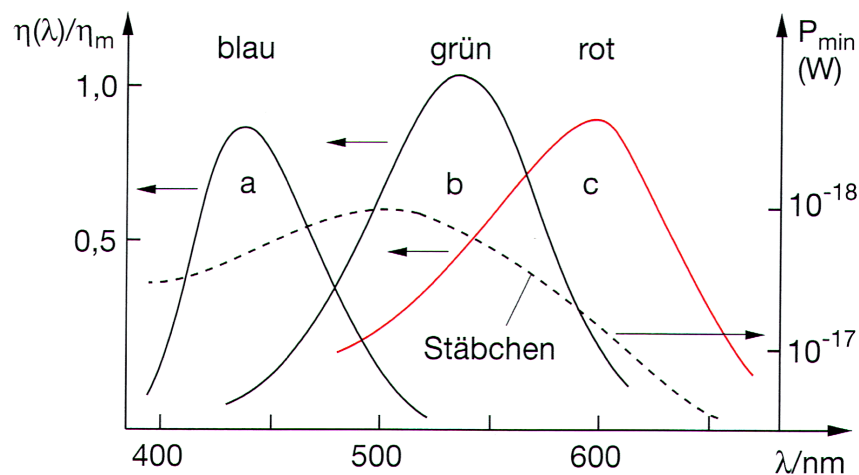
Beispiel:

Wird im linken Spektrum des vorigen Beispiels (nur) der gelbe Anteil nicht reflektiert, sieht das Licht nicht mehr weiß aus, beim rechtem Spektrum aber immer noch (näherungsweise).

VERSUCH: 5.9.5: Beleuchtung von Gegenständen mit verschiedenen Lichtquellen

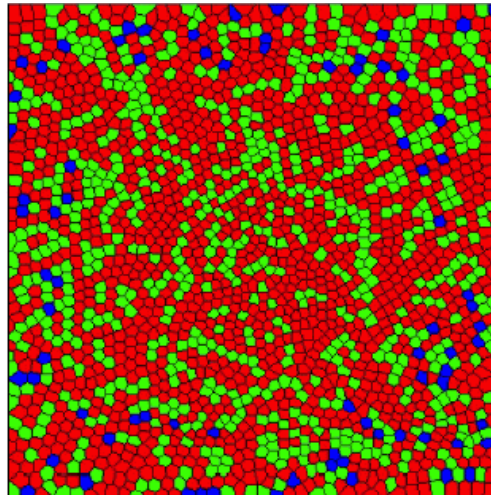
Wie kann man überhaupt die physiologische Größe F messen? Ein absoluter Vergleich zwischen verschiedenen Menschen ist nicht möglich. Aber wenn man zwei metamere Spektren mehreren Beobachtern vorsetzt, kommen alle zum gleichen Ergebnis (Beide Spektren liefern jeweils den gleichen Farbeindruck). Addiert man zu diesen beiden metameren Spektren ein weiteres Spektrum, so sind die beiden neuen Spektren wieder metamer zueinander (2. Graßmannsches Gesetz).

Heute verstehen wir den Grund für die Dreidimensionalität: Es gibt drei verschiedene Arten von Zäpfchen, die verschiedene spektrale Empfindlichkeiten besitzen, die man grob den Farben blau, grün und rot zuordnen kann:



Aufgetragen ist das Absorptionsvermögen; man vermutet, dass es der Empfindlichkeit proportional ist.

Die Verteilung der Zäpfchen im Auge (fovea centralis) zeigt dieses Schema:



Die drei Typen sind nicht gleichverteilt: blau:grün:rot \approx 10:30:60.

Auch in der Technik nutzt man diese Möglichkeit, aus drei Grundfarben additiv (Fernsehapparat) oder subtraktiv¹⁴ (Tintendrucker) alle Farben aufzubauen.

10.1.3. Farbmatrik

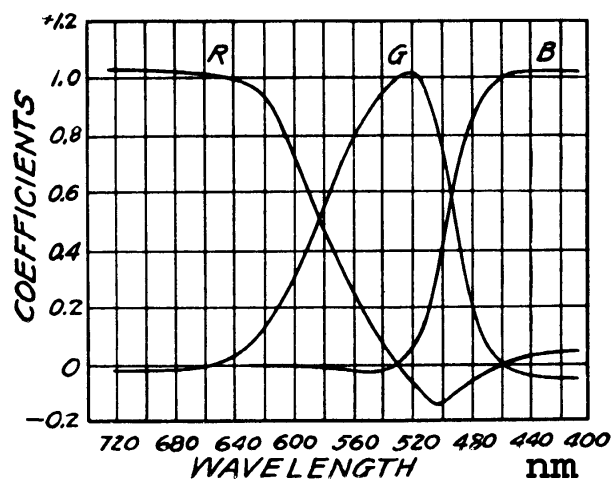
Eine systematische Beschreibung der Farbtöne gelingt mit der 1931 definierten Normfarbtafel, die seitdem international benutzt wird.

Grundfarben = Primärvalenzen sind rot, grün, blau (700.0, 546.1, 435.8 nm).

Zuerst kann man versuchen, die reinen Spektralfarben $F(\lambda)$ als Linearkombination darzustellen:

$$F(\lambda) = r(\lambda) \cdot R + g(\lambda) \cdot G + b(\lambda) \cdot B \quad (7)$$

Dies gelingt auch, allerdings treten negative Koeffizienten¹⁵ auf:



Licht einer Wellenlänge von 500 nm (blaugrün) kann man durch additive Mischung der drei Primärvalenzen *nicht* erzeugen, da $r(500 \text{ nm}) < 0$. Ein negativer Koeffizient ist so zu interpretieren, dass

¹⁴s.u.

¹⁵das lässt sich auch bei anderer Definition der drei Primärvalenzen nicht vermeiden

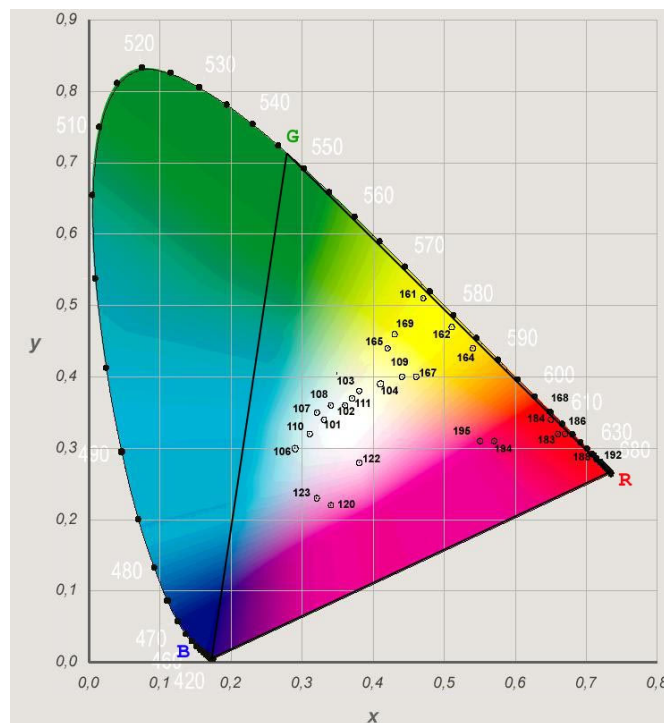
man den entsprechenden Anteil auf die linke Seite schreiben muss:

$$F(500 \text{ nm}) - r(500 \text{ nm}) \cdot R = g(500 \text{ nm}) \cdot G + b(500 \text{ nm}) \cdot B \quad (8)$$

Also: blaugrün + rot = grün + blau.

Den dreidimensionalen Farbraum kann man auf 2 Dimensionen reduzieren, wenn man auf gleiche Helligkeit normiert, also verlangt, dass $r + g + b = 1$.

Dann kann man alle Linearkombinationen von R, G in einer Ebene auftragen (Farbdreieck).



Allerdings verwendet man - wie auch in diesem Bild¹⁶ - aus verschiedenen Gründen ein anderes Koordinatensystem mit den Koeffizienten $x, y, z = 1 - x - y$, das durch eine lineare Transformation mit dem RGB-System verknüpft ist:

$$\begin{aligned} \tilde{r} &= -0.468 + 2.833 \cdot x - 0.429 \cdot y \\ \tilde{g} &= 0.089 - 0.604 \cdot x + 1.337 \cdot y \\ \tilde{b} &= 1.009 - 1.004 \cdot x - 1.023 \cdot y \end{aligned} \quad (9)$$

Im allgemeinen gilt nicht $\tilde{r} + \tilde{g} + \tilde{b} = 1$, d.h. r, g, b ergeben sich daraus erst durch normieren, deshalb benötigt man drei Gleichungen! Vorteil des x, y, z -Systems: alle Koeffizienten der Spektralfarbenzerlegung sind positiv.

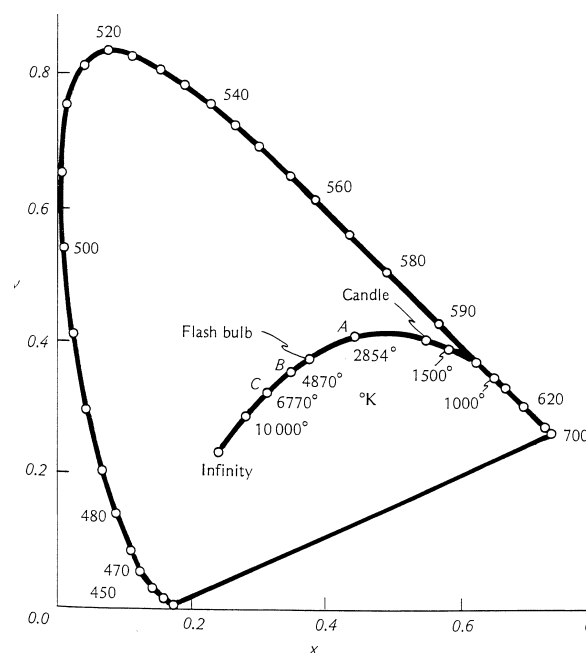
Beispiel:

Aus der Farbtafel liest man für die Primärvalenz R ab: $x = 0.73, y = 0.27$ (also $z = 0$). Einsetzen in (9) ergibt $\tilde{r} = 1.48, \tilde{g} = 0.01, \tilde{b} = 0.00$, also: $r \approx 1, g \approx 0, b \approx 0$.

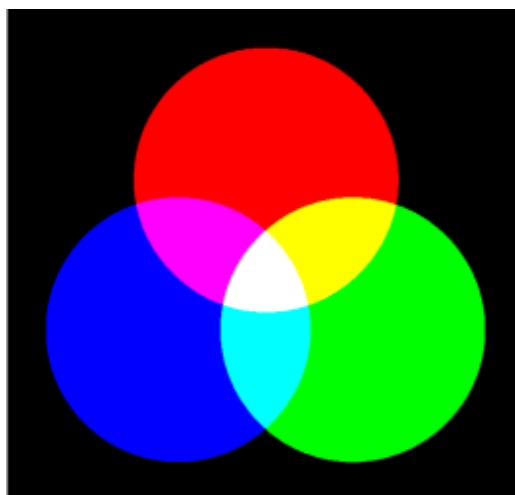
¹⁶Die schwarzen Zahlen bezeichnen Normlichtquellen

Durch Linearkombination mit positiven Koeffizienten r, g, b erzeugbare Farben liegen im eingezeichneten Dreieck. Der Punkt in der Mitte $r = g = b = 1/3$ entspricht weißem Licht. Die Spektralfarben bilden die Umrandung - bis auf die Gerade zwischen B und R - genannt Purpurgerade. Obwohl man viele reine Spektralfarben nicht durch additive Überlagerung der drei Primärvalenzen bekommt, deckt das BRG-Dreieck genügend Farben ab, d.h. dem Auge 'fehlt nichts'.

Im Farbdigramm kann man nun verschiedene Regionen mit 'bekannten' Farben identifizieren, z.B. die des schwarzen Strahlers:



Bisher haben wir die additive Farbmischung untersucht:



Schon Maxwell hat Experimente zur Farbmischung ausgeführt, dabei hat er ausgenutzt, dass bei schnell wechselnden Farben das Auge eine Mittelwertbildung durchführt, die der additiven Farbmischung entspricht:

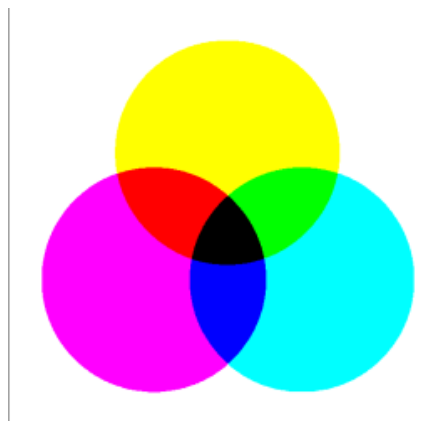
**VERSUCH: 5.9.2:**

additive Farbmischung durch Leuchten

VERSUCH: 5.9.1:

additive Farbmischung mit rotierender Farbscheibe.

Bei der subtraktiven Farbmischung kombiniert man Farbpigmente, die jeweils einen Teil des Spektrums herausfiltern (absorbieren) und den Rest reflektieren. Hier werden also nicht Lichtstrahlen (‘Lichtfarben’) addiert, sondern Farbstoffe (‘Körperfarben’), die in der Summe immer weniger reflektieren als einzeln¹⁷.



Technische Anwendung: Tintenstrahldrucker.

Jeder der drei Primärvalenzen (und allgemein jedem Farbton im BRG-Dreieck) kann man eine Komplementärfarbe zuordnen, so dass die additive Mischung wieder weiß ergibt:

rot ↔ cyan grün ↔ magenta blau ↔ gelb

Diese Farben kann man aus dem Diagramm für additive Farbmischung ablesen; Beispiel:

(blau + grün) + rot = cyan + rot = weiß.

¹⁷Genau so funktioniert es, wenn man Farbfilter hintereinander anordnet und das transmittierte Licht betrachtet; in der Reflexion können Effekte wie Fluoreszenz dieses einfache Modell verkomplizieren.

Die Komplementärfarben bilden die Grundlage der subtraktiven Farbmischung. Kombination der drei Komplementärfarben ergibt schwarz.

SIMULATION: Farbmischung

Beispiel:

Man fixiere eine Farbe eine Minute lang, sofort danach betrachte man ein weißes Blatt Papier . . .

VERSUCH:

Komplementärfarben (Haftoptik).

VERSUCH: 5.9.3:

Subtraktive Farbmischung

10.2. Farb-‘Erzeugung’

Die Lichterzeugung haben wir in Kapitel 7 studiert. Hier untersuchen wir, wie in der Natur bei Beleuchtung von Objekten mit weißem (Sonnen-)Licht die verschiedenen Farben entstehen.

10.2.1 Wellenlängenabhängige Reflexion an der Oberfläche

Das ist die am weitesten verbreitete, ‘einfachste’ Methode, die man auch in der Malerei anwendet.

Beispiel:

Rose: grüne und rote Blätter

Je nach Oberflächenbeschaffenheit gibt es diffuse oder spiegelartige Reflektion.

10.2.2 Streuung in transparenten Stoffen

Beispiel: Himmelsblau, s.o.

10.2.3 Fluoreszenz

Moleküle werden angeregt, fallen dann aber nicht direkt in den Grundzustand zurück, sondern auf ein Zwischenniveau: die emittierte Wellenlänge ist größer als die eingestrahlte.

Beispiel:

Edelstein Rubin: Cr-Ionen absorbieren im gelb-grünen Bereich und emittieren rot.



10.2.4 Interferenz an dünnen Schichten

Mehrere aufeinanderliegende dünne Schichten bewirken eine stark richtungs- und wellenlängenabhängige Reflexion: die Oberfläche schillert.

Beispiel:

Laufkäfer



10.2.5 Interferenz an Gittern

Beispiel: Schmetterlingsflügel, s. Kapitel 6.