

TEIL 2

Nachdenken/Nachlesen:

- a) Wiederholen Sie: relativistische Kinematik
- b) Achten Sie auf 'Quantensprünge' in der Werbung!

3. Photonen

Schon zu Newtons Zeiten wurden Korpuskularmodelle des Lichtes diskutiert, die aber Wellenphänomene nicht erklären konnten.

Nach der zunächst mehr formalen Einführung der Energiequantelung $E = h \cdot \nu$ durch Planck (nächste Vorlesung) zur Beschreibung des Hohlraumspektrums, wurde dem Photon-Konzept mit Einsteins Deutung des photoelektrischen Effekts zum Durchbruch verholfen.

Heute wissen wir, dass in der Quantentheorie Teilchen auch Welleneigenschaften haben und umgekehrt, das Photon bzw. Licht ist ein Beispiel von vielen.

3.1. Der Photoeffekt

Auf eine Metalloberfläche fällt Licht einer bestimmten Frequenz. Dadurch werden Elektronen aus der Oberfläche gelöst.

3.1.1. Experimente

Heinrich Hertz und Wilhelm Hallwachs führten Endes des 19. Jh. Experimente durch, bei denen sich zeigte, dass ultraviolettes Licht elektrische Ladungen bewegen kann.

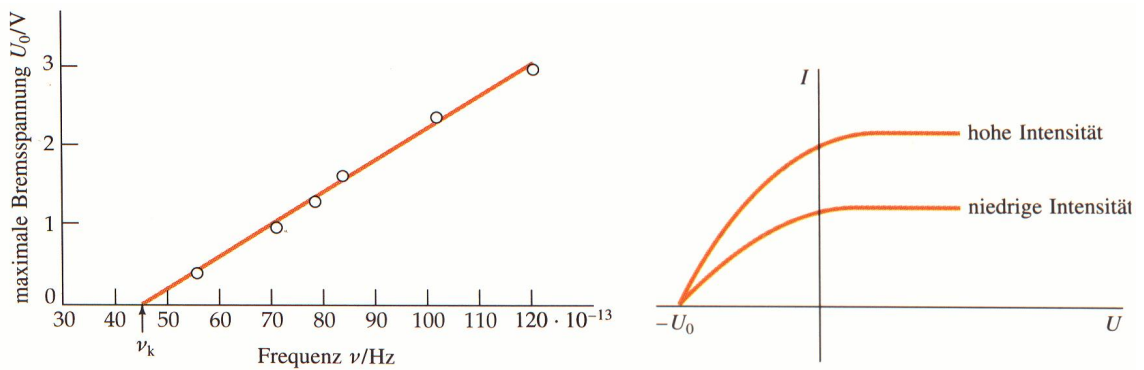
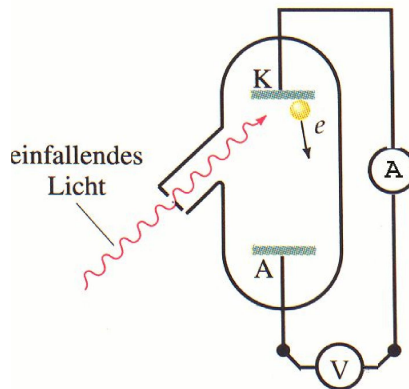
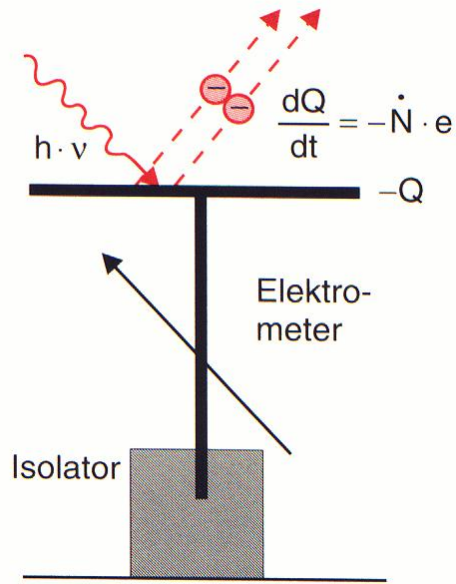
Im Hallwachs-Experiment wird ein im Vakuum befindliches Elektrometer mit UV-Licht bestrahlt; dadurch lädt es sich positiv auf.

VERSUCH: Hallwachs-Experiment

Genauere Messungen wurden dann mit einer Photozelle durchgeführt, die aus einem evakuierten Glas- oder Quarzgefäß (UV-transparent!) mit Kathode und Anode besteht. Die Photonen treffen auf die Kathode auf und werden dort absorbiert.

Der elektrische Strom kann so als Funktion von angelegter Spannung, Intensität und Frequenz des Lichtes gemessen werden. Im evakuierten Rohr bewegen sich die Elektronen auf die Anode zu. Die kinetische Energie beim Auftreffen ist durch Höhe und Vorzeichen der angelegten Spannung und die kinetische Energie E_0 beim Austritt aus dem Metall gegeben. Ist die 'Brems'-Spannung zu hoch, kommen keine Elektronen an, es fließt kein Strom. Letzterer ist proportional zur Zahl der Elektronen.

Variiert man nun die Intensität und Frequenz des einfallenden Lichtes, so ergibt sich folgendes Bild: Mit steigender Intensität wächst die Zahl der Elektronen, aber offenbar nicht deren Energie E_0 , die



wiederum nur von der Frequenz abhängt.

Klassisch erwartet man etwas ganz anderes: Hohe Intensität bedeutet hohe lokale Feldstärke und große 'herausbeschleunigende' Kraft. Außerdem sollte die übertragene Energie von der Zeitdauer der einwirkenden Strahlung abhängen. Man findet dagegen experimentell, dass die Elektronen praktisch verzögerungsfrei austreten.

VERSUCH: Photozelle/Photoeffekt

Computeranimation Photoeffekt

ClXX 26.6. Vorsicht: Spannungsabhängigkeit problematisch

3.1.2. Einsteins Deutung

Einstein betrachtete Licht als einen Strom von Photonen der **Energie**

$$E = h \cdot \nu \quad (1)$$

Die Zahl \dot{N} der pro Zeit auf eine Fläche A auftretenden Photonen ist durch die Lichtintensität gegeben:

$$\dot{N} = A \cdot \frac{I}{h\nu} \quad (2)$$

Beispiel:

Ab schätzung: Photokathode der Größe $A_K = 1 \text{ cm}^2$ im Abstand von $d = 1 \text{ m}$ von Glühlampe. Die Glühwendel habe die Temperatur $T = 3000 \text{ K}$ und die Oberfläche $A_G = 1 \text{ mm}^2$.

Nach Stefan-Boltzmann (nächste Vorlesung) emittiert die Lampe Licht mit einer Leistung von $P_G \approx 5 \text{ W}$. Das Wiensche Verschiebungsgesetz (nächste Vorlesung) besagt, dass das Maximum bei der Frequenz $\nu_{max} = 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ liegt, bzw. $E \approx 1 \text{ eV}$. Grob vereinfachend nehmen wir an, dass alle Photonen diese Energie haben. Bei isotroper Abstrahlung ist die auf der Kathode ankommende Leistung $P_K = P_G \cdot A_K / (4\pi d^2) = 8 \cdot 10^{-6} P_G$. Die Zahl der auftreffenden Photonen ist damit $\dot{N} = 2 \cdot 10^{14} / \text{s}$.

Die Zahl der Photonen ist also so hoch, dass ein kontinuierlicher Strom fließt - falls Austrittsarbeit und Spannung es erlauben, s.u.

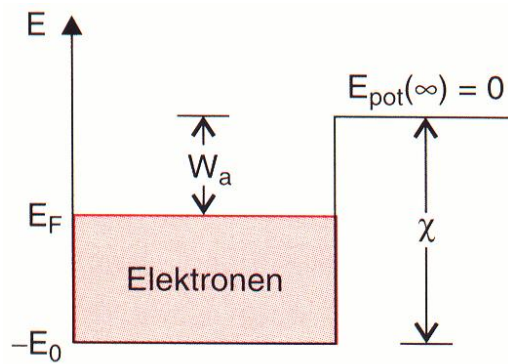
Ein Photon löst dann beim Auftreffen auf das Metall (maximal) ein Elektron heraus. Normalerweise sind Elektronen in einem Metall gebunden. Sie sitzen in einem Potentialtopf, es ist (mindestens) eine **Austrittsarbeit** W_A (von der Größenordnung eV, materialabhängig) nötig, um sie herauszuholen:

Beispiele für W_A , ν_{max} und $\lambda_{min} = c/\nu_{max}$:

Wolfram	4.5 eV	$11.1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0.28 μm
Cäsium	2.1 eV	$5.1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	0.58 μm
BaO	1.0 eV	$2.4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	1.24 μm

Deshalb setzt der Photoeffekt erst dann ein, wenn die Photonenergie diesen Wert überschreitet. Die maximale kinetische Energie der herausgeschlagenen Elektronen ist dann:

$$E_e^{max} = h \cdot \nu - W_A \quad (3)$$

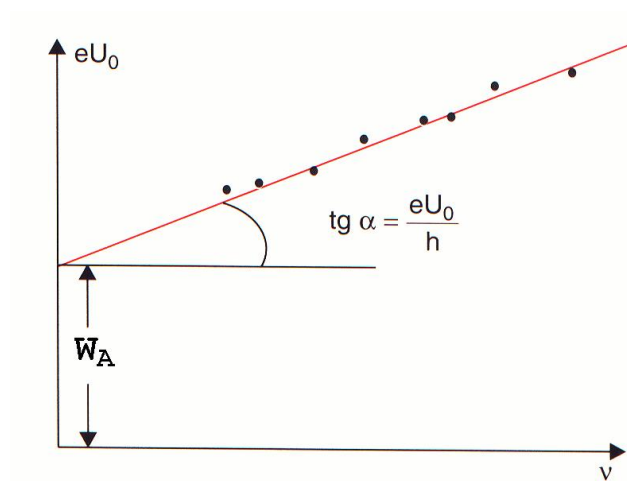


Die Größe der Bremsspannung (bei der der Strom gerade null wird) ist dann

$$E_e^{max} = -eU_0 \quad (4)$$

Folgerungen:

- Es gibt eine lineare Beziehung zwischen Frequenz und Bremspannung; aus den entsprechenden Messwerten kann man also h bestimmen und auch W_A .



- Die Zahl der Elektronen und damit der maximale Strom sind proportional zur Lichtintensität.

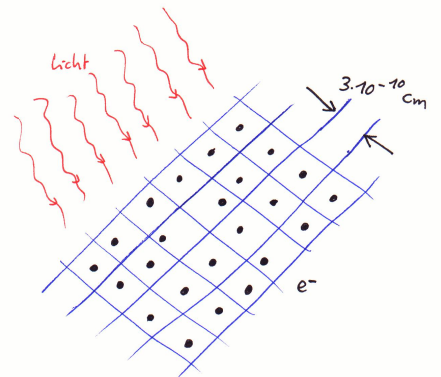
Einstein erhielt für diese Arbeit 1912 den Nobelpreis (und nicht für die Relativitätstheorie!).

Diese Überlegungen gelten nicht mehr für Photonen hoher Energie ($> \text{keV}$), die anders mit dem Metall wechselwirken (Comptoneffekt, e^+e^- -Paarerzeugung ...).

FRAGE: Kann auch 'normales' Sonnen- und Glühlampenlicht den Photoeffekt auslösen? Wenn ja, was machen all die freigesetzten Elektronen?

'Klassisch' würde die Emission der Elektronen lange dauern, wie man so abschätzen kann: Das Licht dringt etwa eine Wellenlänge tief ein, im sichtbaren Bereich also etwa $D = 1 \mu\text{m}$. Die Zahl der

Leitungselektronen (oberer Energiebereich) im Metall beträgt ca. $n = 10^{23}/\text{cm}^3$. Das eintreffende Licht 'sieht' also etwa $10^{19}/\text{cm}^2$. Anders ausgedrückt, jedes Elektron beansprucht eine Parzelle von $A_P = 10^{-19} \text{ cm}^2$. Das Licht verteilt sich gleichmäßig auf alle Parzellen. Ein Elektron kann erst



dann die Schwelle W_A überschreiten, wenn auf dieser kleinen Fläche genug Energie angesammelt wurde.

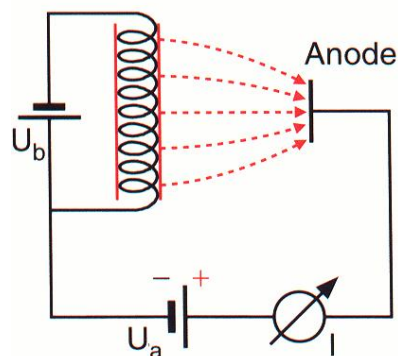
Beispiel (Fortsetzung von oben):

Bei einer Intensität von $I = 4 \cdot 10^{-5} \text{ W/cm}^2$ dauert es $t = W_A/(I \cdot A_P)$ bis ein Elektron herausgelangt. Mit $W_A \sim 2 \text{ eV}$: $t \sim 1 \text{ Tag}$! Dann aber müssten alle Elektronen gleichzeitig herausfliegen!

In der Quantentheorie ist das Photon lokalisiert, also punktförmig (siehe Unschärferelation in späterer Vorlesung). Die Lichtenergie wird **nicht** gleichmäßig verteilt, sondern auf ein Elektron konzentriert.

3.1.3. Tests der Photonhypothese

• Man kann die Einsteinsche Deutung des Photoeffektes und der Austrittsarbeit testen, indem man letztere auf unabhängige Weise misst. Man benutzt dazu die Glühemission eines heißen Metalls, die z.B. in Bildröhren zur Elektron-‘Erzeugung’ eingesetzt wird. Der austretende Sättigungsstrom hat die

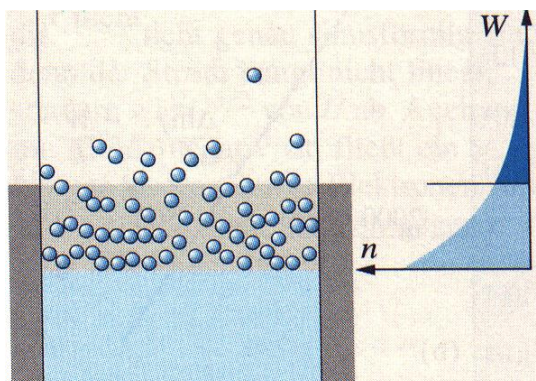


Dichte

$$j = \text{const} \cdot T^2 \cdot e^{-W_A/kT} \quad (5)$$

(Richardson-Gleichung). Die Konstante ist materialabhängig. Der Boltzmann-Faktor beschreibt die

Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Elektron eine thermische Energie oberhalb von W_A besitzt¹ Der



Faktor T^2 ist ein Maß dafür, wie häufig die Elektronen gegen die Oberfläche anrennen. Experimente finden den gleichen Wert für W_A wie in den Photoeffekt-Messungen!

- Man kann die Lichtintensität soweit reduzieren, dass die Photonen 'einzeln' ankommen und einzelne Elektronen auslösen. Bei etwas höherer Intensität bekommt man einen schwachen Strom, dessen Stärke statistischen Schwankungen unterliegt, wie man sie für Teilchenschwankungen berechnet ($\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$).
- Wie sich bei schwachem Licht eine Photographie aus einzelnen Photonen aufbaut sieht man hier:



3.1.4. Anwendungen des Photoeffektes

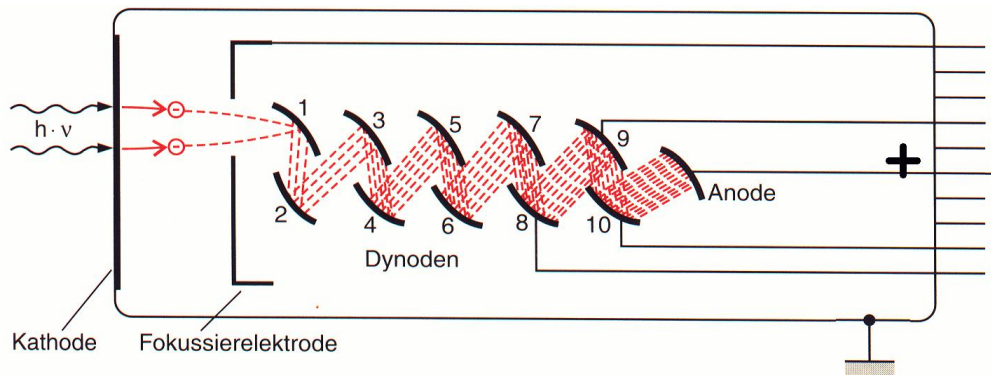
Die wichtigste Anwendung ist der Photomultiplier oder Sekundärelektronenvervielfacher : Man kann so einzelne Photonen mit einer Quanteneffizienz von typisch 20% nachweisen. Das ist ein sehr empfindliches Messinstrument, das in vielen Bereichen der Physik und Technik angewandt wird.

AO Photomultiplier

VERSUCH: Photonnachweis mit PM

3.2. Der Comptoneffekt

¹Also können Elektronen auch ohne Lichteinfall austreten! Bei Zimmertemperatur ist dieser Strom aber extrem klein.



Photonen haben auch einen **Impuls**. Nach der speziellen Relativitätstheorie ist sein Betrag

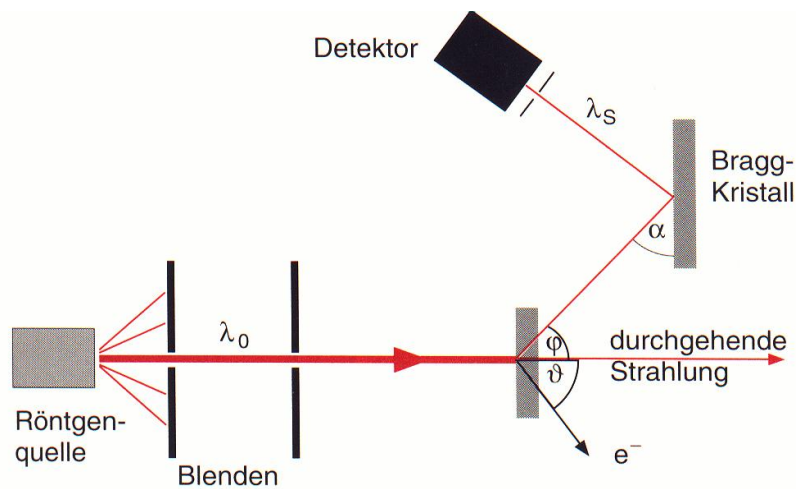
$$p = \sqrt{E^2/c^2 + m^2 c^2} = \frac{h}{c} \cdot \nu \quad \boxed{p = \frac{h}{\lambda}} \quad (6)$$

da die Ruhemasse verschwindet, denn Photonen fliegen mit Lichtgeschwindigkeit. Die fundamentale Beziehung $\lambda = h/p$ gilt auch für massive Teilchen; sie geht auf Louis de Broglie zurück, siehe folgende Vorlesungen.

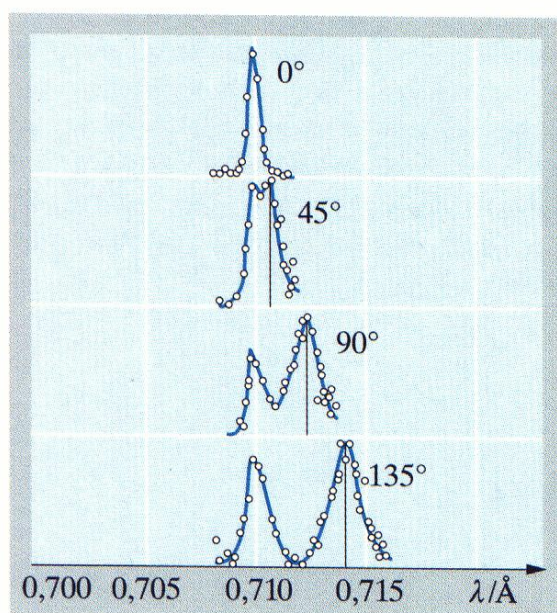
Damit kann ein Photon (wie eine Billardkugel !) an einem anderen Teilchen 'elastisch' gestreut werden, wobei die Kinematik durch obige Formeln für Impuls und Energie bestimmt ist.

A.H. Compton gelang es 1922, die Streuung von Röntgenphotonen an quasi freien Elektronen (atomare Bindungsenergie \ll Photonenergie) nachzuweisen und die **kinematischen Formeln** zu bestätigen. Er erhielt dafür den Nobelpreis im Jahr 1927. Später konnte auch die **Streuwahrscheinlichkeit** berechnet werden.

Die Versuchsanordnung des [Compton-Experimentes](#) zeigt die Abbildung. Die Erzeugung von Rönt-

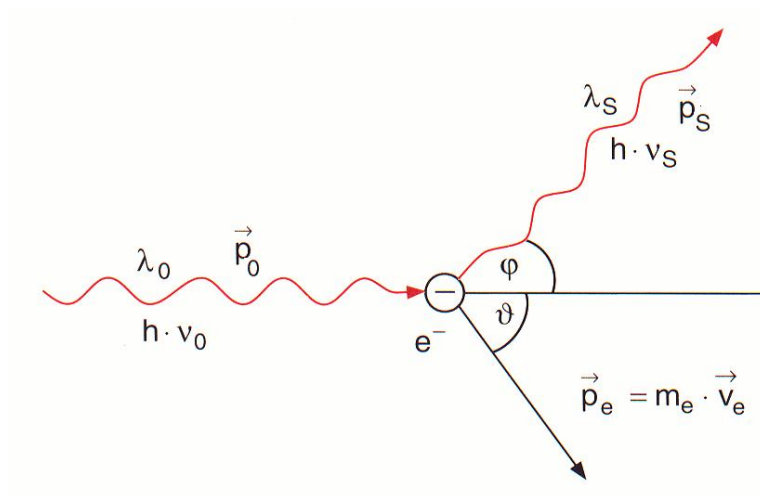


genstrahlen werden wir später diskutieren. Der Bragg-Kristall monochromatisiert die Strahlung, siehe unten. Durch Variation von α kann man die reflektierte Wellenlänge ändern und so die Intensität als Funktion von $\lambda = \lambda_s$ messen. Ergebnis (Originalexperiment Compton):



Später hat man das Experiment so erweitert, dass gleichzeitig auch Energie und Richtung des Elektrons gemessen werden konnten.

Die gemessene Wellenlängenverschiebung entspricht den Rechnungen:



$$\lambda_s - \lambda_0 = \lambda_C \cdot 2 \sin^2 \phi / 2 \quad (7)$$

mit der Comptonwellenlänge

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (8)$$

des Elektrons. Sie ist gleich der Wellenlängenverschiebung bei $\phi = 90^\circ$.

Man beachte: Materialeigenschaften gehen in die Formel nicht ein! Da die Wellenlängendifferenz von der Größenordnung λ_C ist, bekommt man einen deutlichen Effekt nur, wenn die benutzten Lichtwellenlängen auch entsprechend klein sind. Im sichtbaren Bereich ist der Effekt winzig, deshalb setzt man Röntgenstrahlen ein.

FILM: Compton-Effekt

Herleitung Compton-Formel: Wir nehmen an, dass das freie Elektron vor dem Stoß ruht. Die Photonimpulse bezeichnen wir mit \vec{p}_0 und \vec{p}_s , deren Energien mit $h\nu_0$ bzw. $h\nu_s$, die entsprechenden Größen für das Elektron tragen den Index e . Energiesatz:

$$h\nu_0 + m_e c^2 = h\nu_s + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}} \quad (9)$$

Impulserhaltung:

$$\vec{p}_0 + \vec{0} = \vec{p}_s + \frac{m_e \vec{v}_e}{\sqrt{1 - v_e^2/c^2}} \quad (10)$$

Wir setzen temporär $h = c = 1$ zugunsten einer übersichtlichen Schreibweise. Die Impulse spalten wir jeweils auf in eine Komponente entlang der ursprünglichen Photonrichtung und eine senkrecht dazu; die Definition der Winkel entnimmt man der Zeichnung. Also:

$$\nu_0 + m_e = \nu_s + \frac{m_e}{\sqrt{1 - v_e^2}} \quad (11)$$

$$\nu_0 = \nu_s \cos \phi + \frac{m_e v_e \cos \theta}{\sqrt{1 - v_e^2}} \quad (12)$$

$$0 = \nu_s \sin \phi - \frac{m_e v_e \sin \theta}{\sqrt{1 - v_e^2}} \quad (13)$$

Das ist ein System aus drei unabhängigen Gleichungen mit drei Unbekannten (ϕ, θ, v_e). In den beiden letzten Gleichungen isolieren wir den Term mit der Wurzel, quadrieren alles und addieren die neu entstandenen Gleichungen:

$$\frac{m_e^2 v_e^2}{1 - v_e^2} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = (\nu_0 - \nu_s \cos \phi)^2 + (\nu_s \sin \phi)^2 \quad (14)$$

Damit ist θ eliminiert. Also:

$$\frac{m_e^2 v_e^2}{1 - v_e^2} = \nu_0^2 - 2\nu_0 \nu_s \cos \phi + \nu_s^2 \quad (15)$$

Den Energiesatz können wir auf ähnliche Weise umformen:

$$\frac{m_e^2}{1 - v_e^2} = (\nu_0 - \nu_s + m_e)^2 \quad (16)$$

bzw., nach Multiplikation der linken Seite mit $1 - v_e^2 + v_e^2$:

$$\frac{m_e^2 v_e^2}{1 - v_e^2} = (\nu_0 - \nu_s)^2 + 2(\nu_0 - \nu_s) m_e \quad (17)$$

Gleichsetzen von (15) und (17) eliminiert v_e und führt auf

$$\nu_0 - \nu_s = \frac{\nu_0 \nu_s}{m_e} (1 - \cos \phi) \quad (18)$$

Wegen $\lambda = 1/\nu$ folgt schließlich (7).

Auch das ‘Compton-Experiment’ kann man klassisch nicht verstehen. Man würde erwarten, dass das Elektron zu Dipolschwingungen angeregt wird, und Licht mit der gleichen Wellenlänge λ_0 und der charakteristischen ‘Keulenform’ der Winkelverteilung ausgestrahlt wird.

In Comptons Experiment ist das Elektron niederenergetisch und das Photon hat eine deutlich höhere Energie, so dass Energie auf das Elektron übertragen wird. Energien sind nicht lorentzinvariant, und natürlich streuen auch hochenergetische Elektronen mit ‘weichen’ Photonen. Energetisch ist in diesem Bezugssystem das Photon der Gewinner. Man spricht dann - leider - vom ‘inversen Comptoneffekt’. Letzter spielt eine wichtige Rolle in der Astrophysik und ist auch an Teilchenbeschleunigern nachgewiesen worden.

Der von vielen Photonen übertragene Impuls macht sich als Strahlungsdruck bemerkbar. Für eine schwarze Fläche senkrecht zur Einflugrichtung gilt:

$$\tilde{p} = \frac{I}{c} \quad (19)$$

Bei einer ideal reflektierenden Oberfläche ist der Druck 2 mal höher! Der Strahlungsdruck beeinflusst z.B. Kometenschweife. Auch in der Maxwell-Theorie gibt es diesen Strahlungsdruck (Formel unabhängig von h !), er ist also nichts Neues, aber einfach durch den Photonimpuls erklärbar.

FRAGE: Kann man den durch emittiertes Licht erzeugten Rückstoß in einer ‘Photonenrakete’ ausnutzen ?

3.3. Die Photonmasse

Die Ruhmasse m_0 ist null. Dies folgt am genauesten aus Messungen des Ampere-Gesetzes ($\int \mathbf{B} d\mathbf{l} \sim I$) und dem $1/r$ -Verlauf des Coulomb-Gesetzes. Bei massiven Photonen würde im Letzteren zusätzlich ein Exponentialfaktor $e^{-\text{const} \cdot r}$ auftreten. Experimentelle obere Grenze: $m_0 < 10^{-16} \text{ eV}/c^2$.

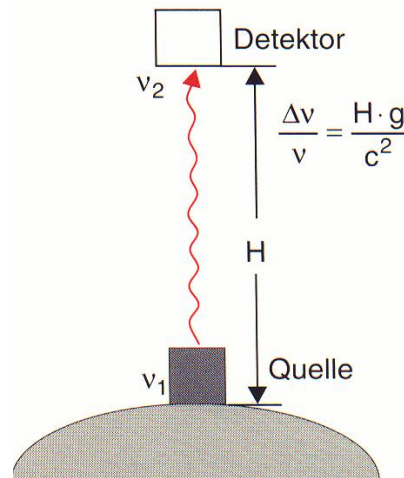
In der Relativitätstheorie entspricht aber jeder Energie eine (träge und schwere) ‘bewegte’ Masse

$$m = E/c^2 \quad . \quad (20)$$

Also müssen Photonen auch mit Gravitationsfeldern wechselwirken. Z.B. werden sie im Schwerfeld der Sonne abgelenkt. Auch ihre Energie und damit Frequenz ändert sich, wenn sie im Gravitationsfeld der Erde ‘fallen’ oder hochfliegen.

Dies wurde erstmals von Robert V. Pound und Glen A. Rebka 1960 nachgewiesen: Am Fuß eines $H = 20 \text{ m}$ hohen Turmes wird Licht der Frequenz ν_1 nach oben geschickt. Dessen Energie $E_1 = h \cdot \nu_1$ verringert sich im Schwerfeld bis zur Ankunft an der Spitze um

$$\Delta E = m g H = \frac{h \nu_1}{c^2} g H \quad (21)$$



Hier haben wir $\Delta E \ll E_1$ ausgenutzt. Also erwartet man oben eine reduzierte Frequenz (‘[Rotverschiebung](#)’))

$$\nu_2 = \nu_1 \cdot \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right) = \nu_1 \cdot (1 - 2 \cdot 10^{-15}) \quad (22)$$

die durch das Experiment bestätigt wurde (Anwendung des Mößbauer-Effekts, spätere Vorlesung).
Beachte: Auch in der Formel für die Frequenzverschiebung tritt h *nicht* auf \rightarrow (semi)klassische Erklärung!

Im Extremfall kann ΔE im Schwerfeld so groß werden, dass die Anfangsenergie des Photons vollständig aufgezehrt wird: [schwarzes Loch](#) .

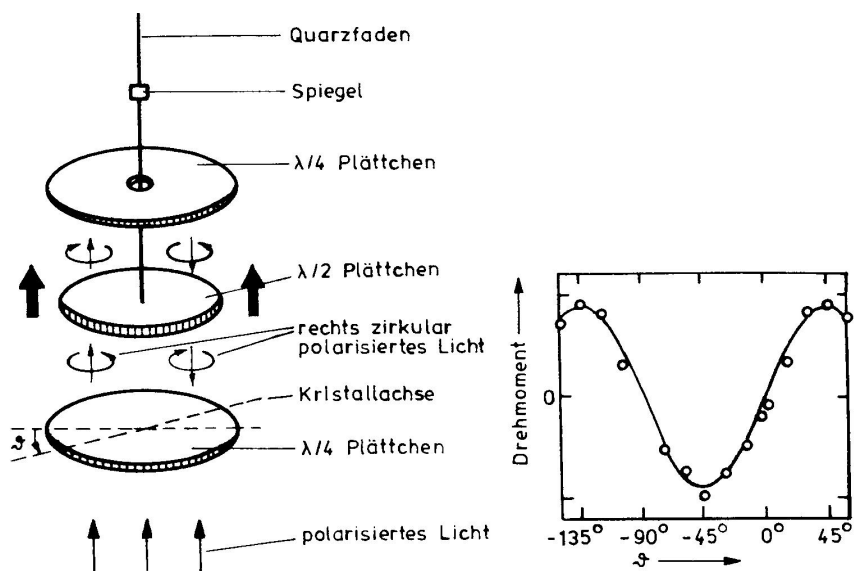
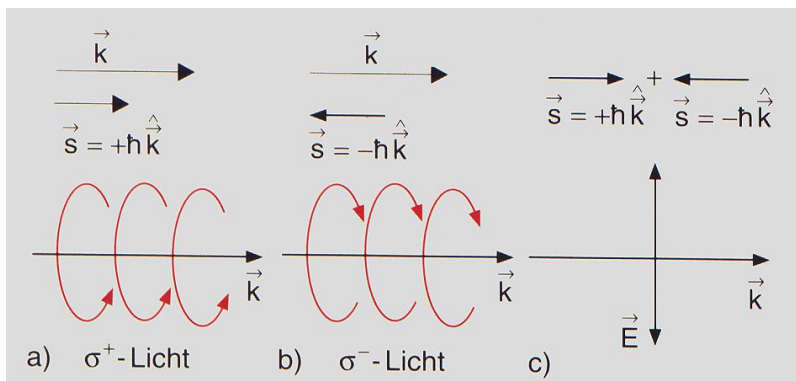
3.4. Der Photospin

Punktförmige Teilchen haben in der klassischen Physik keinen Drehimpuls. In der Quantenmechanik aber findet man, dass die meisten Elementarteilchen einen Eigendrehimpuls = [Spin](#) haben, von der Größenordnung

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J s} = 6.582 \cdot 10^{-16} \text{ eV s} \quad (23)$$

Auch Photonen tragen einen **Spin** \vec{s}_γ . Man kann sie sich als zirkular polarisierte Wellenpakete vorstellen. Zirkular polarisiertes Licht ist eine Superposition von linear polarisierten Anteilen. Es gibt zwei Spinrichtungen, also zwei mögliche Einstellungen des Eigenspinvektors relativ zur Flugrichtung. Linear polarisiertes Licht (und natürlich auch unpol. Licht) enthält gleich viele Photonen beider Spinrichtungen und transportiert daher keinen Drehimpuls.

Zum ersten mal konnte die Größe $s = |\vec{s}_\gamma|$ von Richard Beth 1936 gemessen werden: Linear pol. Licht wird durch ein $\lambda/4$ -Plättchen zirkular polarisiert. Im zentralen $\lambda/2$ -Plättchen wird der Spin umgeklappt, also Drehimpuls übertragen, der sich als Verdrillung des Fadens bemerkbar macht. Das obere $\lambda/4$ -Plättchen ist auf der Oberseite verspiegelt, so dass auf dem Rückweg noch einmal der gleiche Drehimpuls auf das $\lambda/2$ -Plättchen übertragen wird! Durch Drehung der Kristallachse des unteren Plättchens kann man beliebige Polarisationsrichtungen einstellen, insbesondere auch linear pol. Licht (kein Effekt) und beide zirkularen Polarisationsrichtungen (Vorzeichenwechsel).



Ergebnis:

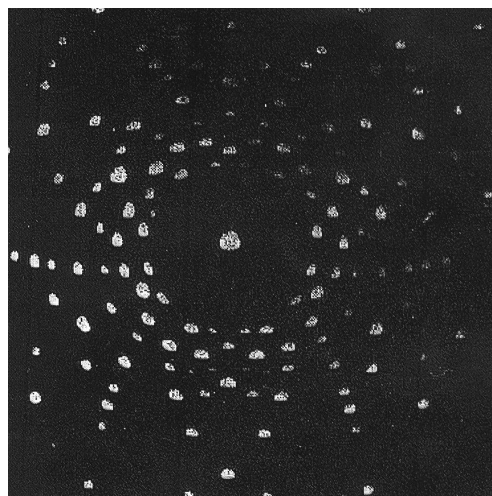
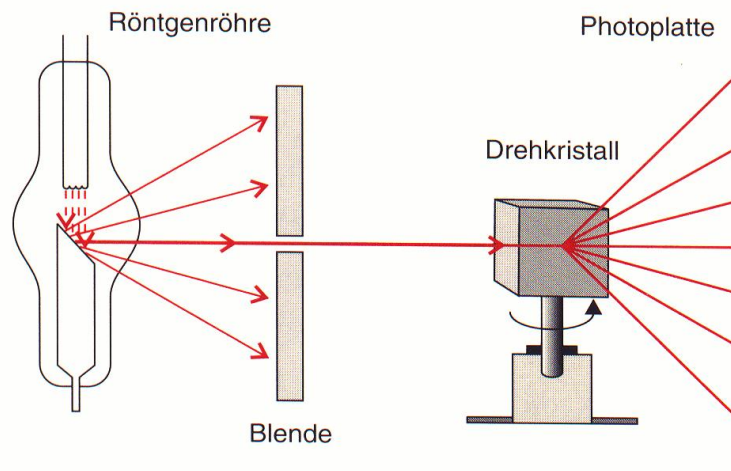
$$\frac{\vec{s}_\gamma \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \pm 1 \cdot \hbar \quad (24)$$

Das Photon ist ein ‘Spin-1-Teilchen’. Mehr dazu später.

3.5. Röntgenbeugung

Gerade haben wir verschiedene Eigenschaften des Photons studiert, die seine Teilchennatur zu unterstützen scheinen. Jetzt wollen wir zeigen, dass hochenergetische Photonen auch Wellencharakter haben. Für niederenergetische wissen wir das schon aus der Optik.

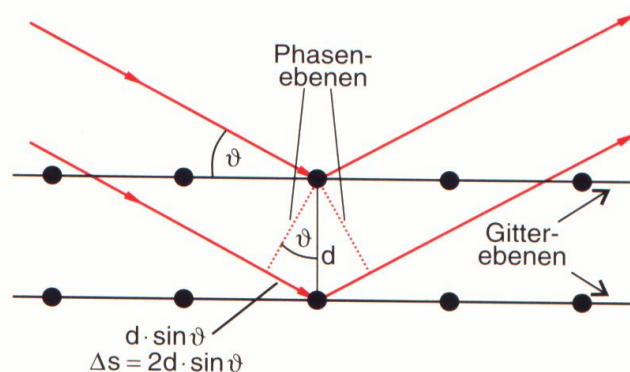
Im Experiment von Max von Laue (zuerst 1912) wird ein **kontinuierliches Spektrum** von Röntgenstrahlen auf einen drehbaren Kristall gelenkt und das Lichtmuster dahinter aufgezeichnet. Dort, wo es zu konstruktiver Interferenz kommt, gibt es helle Punkte auf der Photoplatte. Man beachte, dass es



trotz des kontinuierlichen Spektrums kein ‘kontinuierliches’ Bild ergibt - weil die Bedingungen für

konstruktive Interferenz ('Laue-Bedingungen') nur bestimmte Kombinationen von Streurichtung und Wellenlänge zulassen. Das funktioniert natürlich nur, wenn das Licht am Gitter elastisch gestreut wird und Absorption vernachlässigt werden kann. Die Rekonstruktion der Kristallstruktur ist kompliziert.

Einfacher sieht es bei der Streuung (genauer: Reflexion) von **monochromatischem** Röntgenlicht an einem Kristallgitter aus: Konstruktive Interferenz gibt es nur bei bestimmten 'Glanzwinkeln', die die

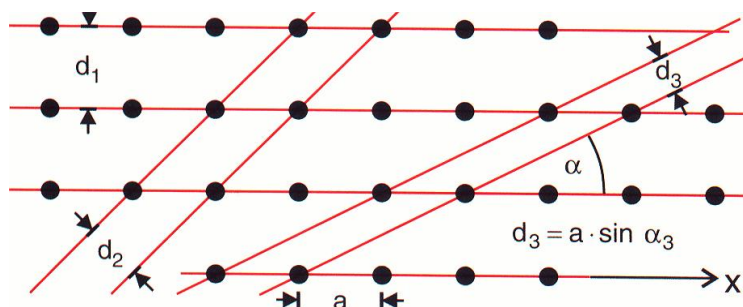


Bragg-Bedingung

$$2 d \sin \theta = m \lambda \quad m = 1, 2, \dots \quad (25)$$

erfüllen. Offenbar ist das nur möglich, wenn das Licht entsprechend kurzwellig ist, wie z.B. Röntgenlicht.

Allerdings gibt es verschiedene Netzebenen in einem Kristall, an denen die Streuung erfolgen kann. Man beachte ferner, dass es sich um ein dreidimensionales Problem handelt (einfallende ebene Welle - Kristall). Die Laue-Streuung kann auf Bragg-Streuung (innerhalb des Kristalls) an verschiedenen Netzebenen zurückgeführt werden.



VERSUCH: Netzebenen in Modellkristallen

VERSUCH: Bragg-Reflexion

Details: Festkörperphysik, Hauptstudium.

3.6. Zusammenfassung

Das Photon hat Wellen- und Teilchencharakter.

Frequenz	ν
Wellenlänge	$\lambda = c/\nu$
Energie	$E = h \cdot \nu$
Impuls	$p = h/c \cdot \nu$
Ruhemasse	$m_0 = 0$
schwere Masse	$m = h/c^2 \cdot \nu$
Spin(quantenzahl)	$s = \hbar$