

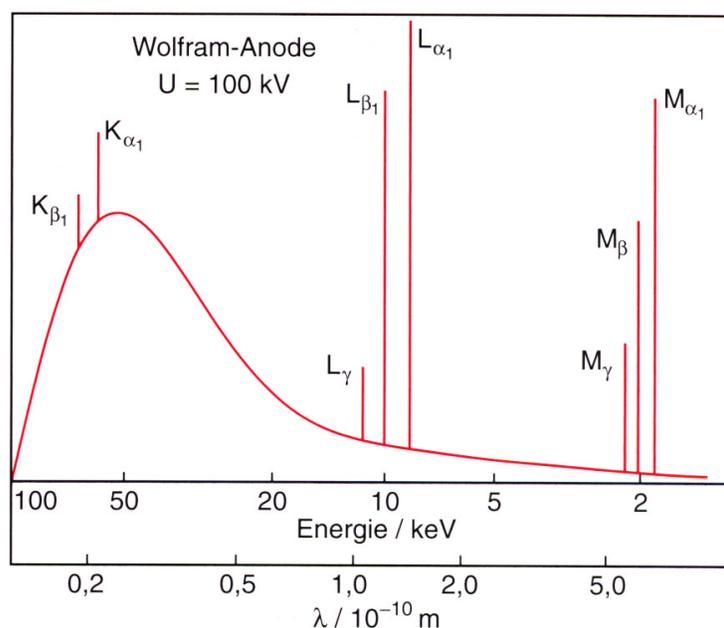
**TEIL 15**

Nachdenken/Nachlesen:

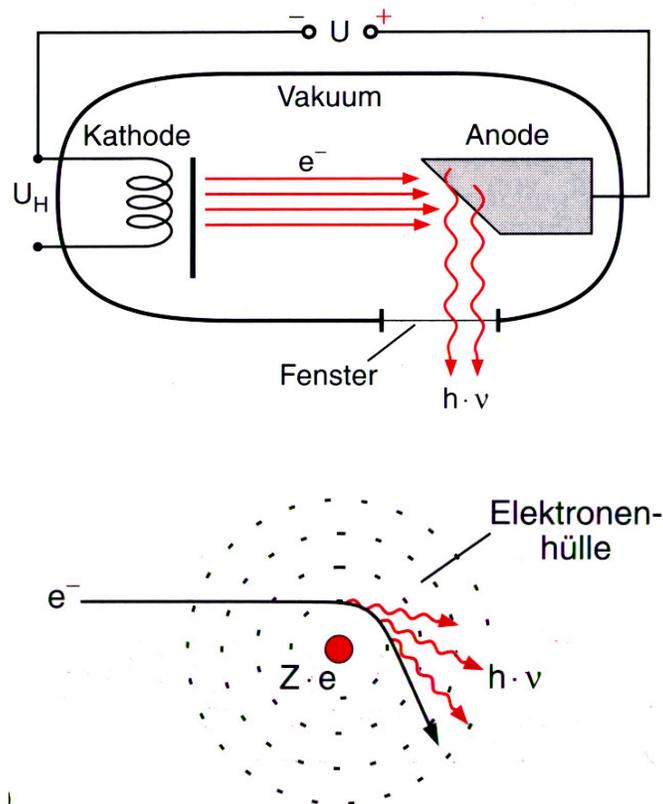
Herstellung und Anwendung von Röntgenstrahlen in der Medizin

**17. Röntgenstrahlen**

**Röntgenstrahlung** wurde 1895 von Wilhelm Conrad Röntgen beim Experimentieren mit Gasentladungsröhren entdeckt (Nobelpreis 1903). Seine Bezeichnung ‘X-Strahlen’ hat sich im Englischen gehalten: ‘X-rays’. Es handelt sich um Photonemission mit  $E > 1 \text{ keV}$  ( $\lambda < 1.2 \text{ nm}$ ) (eine scharfe Grenze ist nicht definiert); diese kann bei atomaren Übergängen und auch als **Bremsstrahlung** erzeugt werden. Der erstere Mechanismus führt zu diskreten Linien (**charakteristische Strahlung**, da ‘Fingerabdruck’ des Materials), der zweite ergibt ein kontinuierliches Spektrum. Oft treten beide Formen gemeinsam auf; die Abbildung zeigt ein Spektrum, das beim Beschuss von Wolfram mit Elektronen entsteht. Erklärungen folgen.

**17.1. Bremsstrahlung**

Die Abbildung zeigt den schematischen Aufbau einer Röntgenröhre. Elektronen werden in einem evakuierten Glaskolben elektrostatisch beschleunigt und treffen mit einer kinetischen Energie von einigen 10 keV auf ein Metall, in dem durch Wechselwirkung mit den Atomkernen Photonen abgestrahlt werden, siehe Skizze (Bremsstrahlung).



### VERSUCH: Röntgenröhre

Die Graphik zeigt die Intensitätsverteilung für eine Wolframanode als Funktion von Elektronenergie und Wellenlänge. Offenbar gilt  $E_\gamma < E_e$ . Bei nicht zu hoher Elektronenergie werden die Photonen senkrecht zur Elektronrichtung abgestrahlt (Dipol!). Die Anodenform erlaubt, dass die Photonen das Material verlassen können bevor sie absorbiert werden. Als Anode (=Antikathode) benutzt man Materialien mit hohem  $Z$  (hoher Wirkungsquerschnitt) und hohem Schmelzpunkt ( $> 99\%$  der deponierten Energie wird in Wärme umgewandelt!), z.B. Wolfram.

### 17.2. Charakteristische Röntgenstrahlung

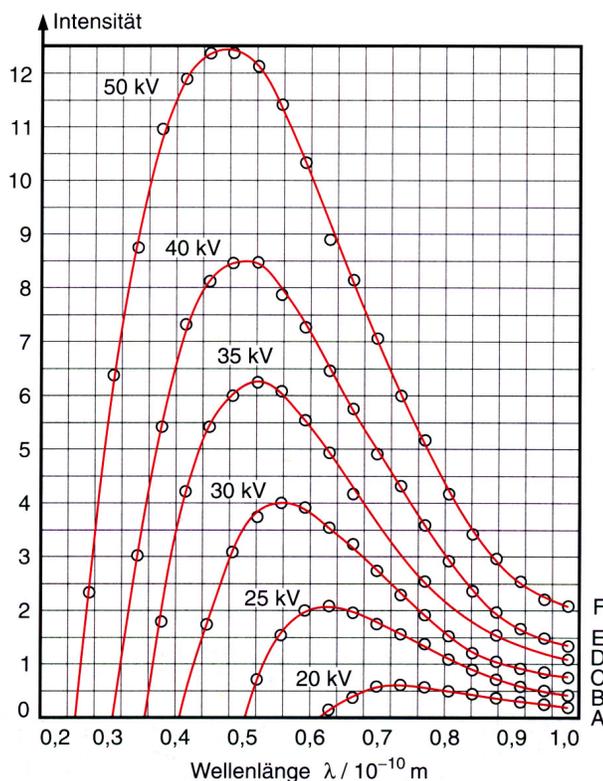
Hochenergetische Übergänge in Atomen erreicht man (nur), wenn die hohe Ladung  $Z$  des Kerns ausgenutzt werden kann, da ja die Energie durch

$$E_n = -\frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2 \frac{Z^2}{n^2} \quad (1)$$

gegeben ist. Bei den schwersten (quasi-)stabilen Atomen (Uran,  $Z = 92$ ) kommt man auf Energiewerte von

$$E = -13.6 \text{ eV} \cdot Z^2 = -115 \text{ keV} \cdot \quad (2)$$

Außer bei hoch-ionisierten Atomen kann man die erforderlichen freien Energieniveaus durch Heraus-schlagen eines kernnahen Elektrons (Hauptquantenzahl  $n_1$ ), z.B. durch ein auftreffendes hochenergetisches Elektron in einer Röntgenröhre bereitstellen. Dann fällt ein Elektron aus einer höheren Schale



( $n_2$ ) in dieses ‘Loch’, wobei die Energiedifferenz charakteristisch für das Material ist, siehe Graphik. Klassifizierung der Spektrallinien:

$$K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots \quad (n_2, n_3, n_4 \dots \rightarrow n_1) \quad (3)$$

$$L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots \quad (n_3, n_4, n_5 \dots \rightarrow n_2) \quad (4)$$

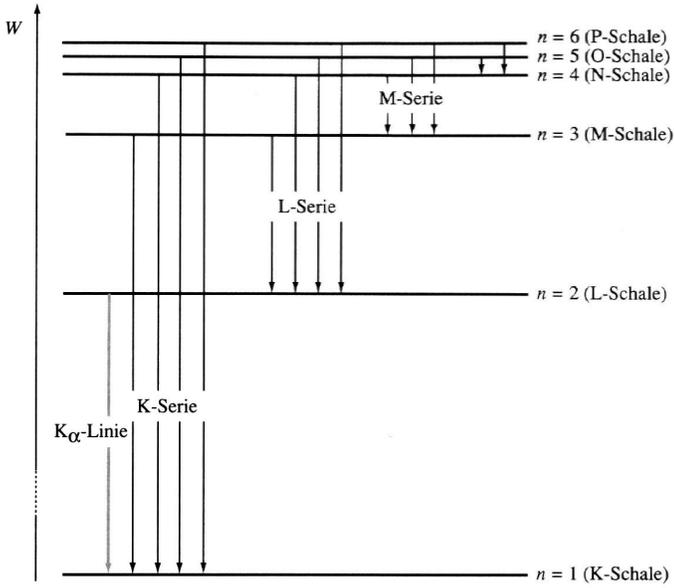
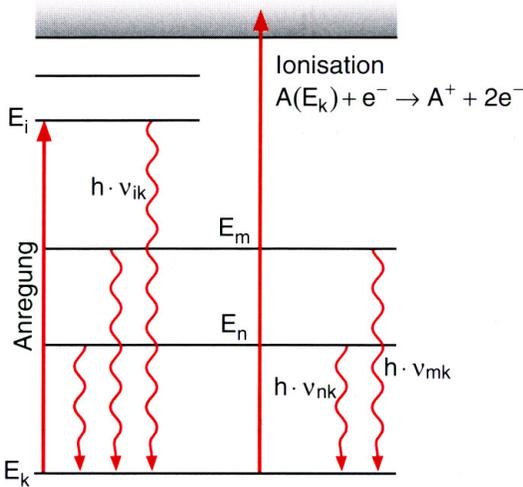
$$M_\alpha, M_\beta, M_\gamma, \dots \quad (n_4, n_5, n_6 \dots \rightarrow n_3) \quad (5)$$

Siehe auch die Skizzen!

Bemerkungen:

- Eine weitere Aufspaltung der Linien tritt auf, da ja die Energiewerte im Atom nicht nur von  $n$ , sondern auch von den anderen Quantenzahlen wie  $l$  abhängen (Feinstruktur); Notation:  $L_{\alpha_1} \dots$
- Nach einem  $K_\alpha$ -Übergang ist ein Platz in der L-Schale frei, es kann also zu einem nachfolgenden ( $10^{-8}$  s)  $L_x$ -Übergang kommen; verallgemeinert: Ein auftreffendes Elektron löst eine Kaskade von Röntgenübergängen aus.
- Ein emittiertes Photon kann schon im gleichen Atom wieder von einem Elektron aufgefangen werden, so dass das Elektron aus dem Atom herausfliegt. Man spricht vom **Auger-Effekt** bzw. **Auger-Elektronen** (nach Pierre Auger, 1926).

Die zu den Spektrallinien  $K_x, L_y, \dots$  gehörigen Energiewerte bzw. Wellenlängen kann man mit Formel (1) bestenfalls näherungsweise bestimmen, da die Abschirmung der Kernladung durch die Hüllenelektronen berücksichtigt werden muss. Das **Moseleysche Gesetz** besagt, dass man durch Einführung einer von Element und Schale abhängigen Abschirmungskonstanten die Spektren gut beschreiben kann, also  $Z \rightarrow Z_{eff} = Z - S$ . Dabei muss  $S$  empirisch bestimmt werden. Für die  $K_\alpha$ -Linie erweist sich  $S = 1$  als gute Näherung, was man durch die Abschirmung des einen innersten Elektrons verstehen kann. Deshalb bekommt man folgenden Zusammenhang zwischen  $K_\alpha$ -Linie



und  $Z$ , der zuerst von Henry G. Moseley 1913 gefunden wurde:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2 (Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (6)$$

Die Proportionalitätskonstante hat er empirisch ermittelt, unsere Darstellung durch  $\alpha$ ,  $m_e \dots$  konnte er natürlich noch nicht. Mit Hilfe der  $K_\alpha$ -Röntgenlinien konnte Moseley für viele Elemente  $Z$  messen und so falsche Zuordnungen im Periodensystem aufdecken und neue Elemente identifizieren.

Die Abbildung am Anfang von Kapitel 17 zeigt die Überlagerung eines kontinuierlichen Spektrums und diskreter Linien am Beispiel einer Wolfram-Röntgenröhre.

### 17.3. Absorption von Röntgenstrahlen

Absorption und Streuung vermindern die von einer Materieschicht der Dicke  $x$  durchgelassene Röntgenintensität  $I$  (monochromatischer Strahlen der Energie  $E$ ):

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (7)$$

Im folgenden fassen wir Streuung und Absorption zusammen und sprechen einfach vom **Absorptionskoeffizienten**  $\mu$ , obwohl der eigentlich aus zwei Komponenten besteht:

$$\mu = \mu_{abs} + \mu_{scat} \quad (8)$$

$\mu$  hängt ab von Wellenlänge/Energie und absorbierendem Material. Letzteres kann man bekanntlich in der medizinischen Diagnostik ausnutzen; das Photo der Hand wurde 1896 von Röntgen aufgenommen.



*Beispiel:*  $\lambda = 0.1 \text{ nm}$ , Wasser:  $1/\mu = 5 \text{ mm}$

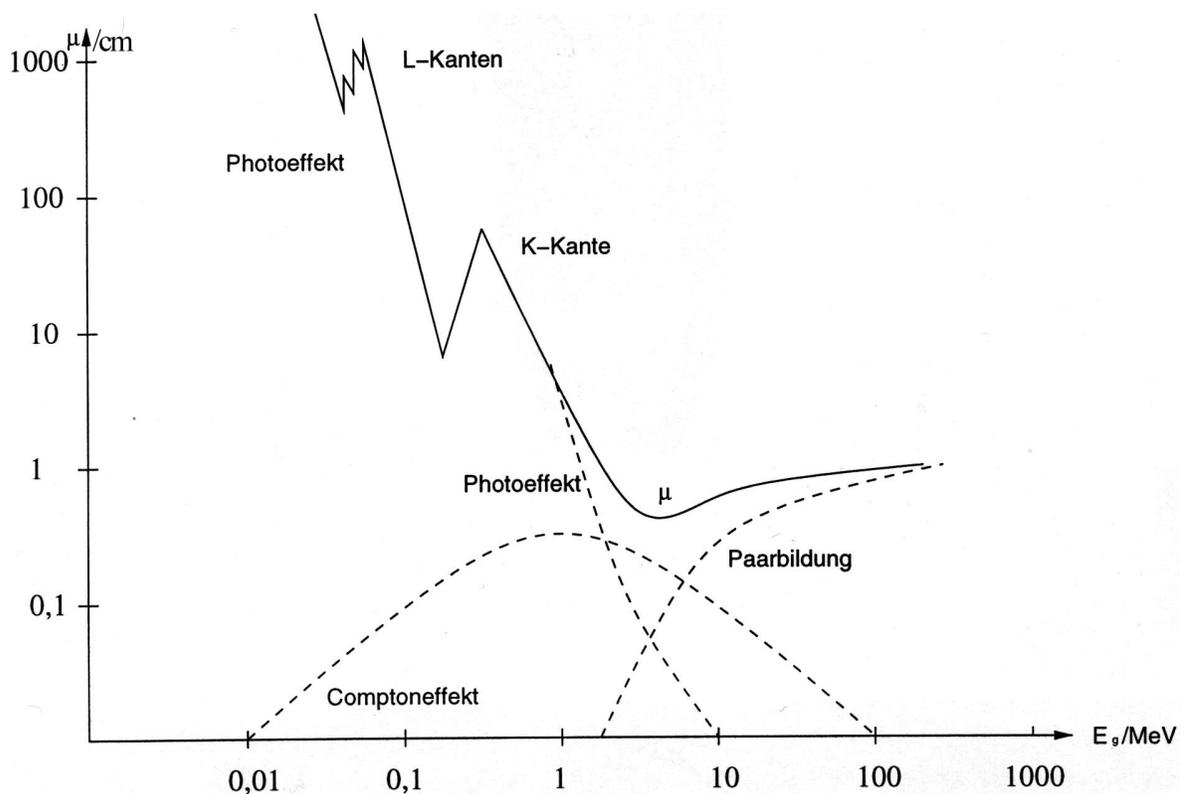
Es gibt im wesentlichen drei Beiträge zum Absorptionskoeffizienten  $\mu$ :

- Photoeffekt (in inneren Schalen):  $\gamma + A \rightarrow A^*$  oder  $\gamma + A \rightarrow A^+ + e^-$   
Dabei können die herausgeschlagenen Elektronen natürlich nur in freien äußeren Schalen ( $n_2$  groß) untergebracht werden bzw. das Atom wird ionisiert. Da das energetisch kaum einen Unterschied macht, ist die Ionisation wahrscheinlicher, wegen der größeren Zahl von möglichen Energieniveaus. Offenbar haben Röntgenstrahlen eine ionisierende Wirkung.

- Comptonstreuung (= inelastische Streuung): Ein Photon mit niedriger Energie als der hineingesteckten wird nicht mehr zur Intensität  $I$  hinzugerechnet.  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$   
Das Photon verliert dabei Energie.
- **Paarerzeugung:**  $\gamma + Z \rightarrow e^+ + e^- + Z$   
Hier beträgt die Schwellenenergie  $2 m_e = 1.02 \text{ MeV}$ .

Der letztere Prozess funktioniert nur im Feld eines Kernes (der Ladung  $Z$ ), da Impuls/Energie übertragen werden muss. Dazu kommt noch die ('klassische') elastische Streuung am ganzen Atom; auch dadurch wird der durchgehende Strahl geschwächt, denn die Richtung ändert sich; dadurch kommt die Strahlung eventuell nicht mehr 'hinten' aus dem Material heraus bzw. die Wegstrecke verlängert sich und damit die Absorptionswahrscheinlichkeit. Die elastische Streuung spielt aber bei höheren Photonenergien keine große Rolle.

Die Energieabhängigkeit ist im Diagramm schematisch wiedergegeben. Man erkennt schön die Kantenstruktur in der Photoeffekt-Kurve. Diese rührt daher, dass bei Erhöhung der Energie des Röntgenphotons nach und nach Elektronen aus den inneren Schalen herausgeschlagen werden können (jetzt nicht durch Elektronen, sondern durch Photonen!), zuletzt auch die aus der K-Schale. Der Absorptionskoeffizient hat ein Minimum etwas oberhalb der Schwelle für Paarerzeugung (1 MeV), bei einer Energie von wenigen MeV. Für Röntgenstrahlen mit einer Energie unterhalb des Minimums (also z.B. solche aus einer Röntgenröhre) gilt also: Je höher die Energie, desto durchdringender ist die Strahlung!



onskoeffizient hat ein Minimum etwas oberhalb der Schwelle für Paarerzeugung (1 MeV), bei einer Energie von wenigen MeV. Für Röntgenstrahlen mit einer Energie unterhalb des Minimums (also z.B. solche aus einer Röntgenröhre) gilt also: Je höher die Energie, desto durchdringender ist die Strahlung!

Die Abhängigkeit von  $Z$  kann man vereinfacht so zusammenfassen:

$$\mu \sim Z^5 \quad (\text{Photoeffekt}) \quad (9)$$

$$\mu \sim Z \quad (\text{Comptonstreuung}) \quad (10)$$

$$\mu \sim Z^2 \quad (\text{Paarbildung}) \quad (11)$$

In einer Röntgenaufnahme lassen sich Materialien mit kleinem und großem  $Z$  also deutlich unterscheiden. Die starke  $Z$ -Abhängigkeit ist auch der Grund für die hohe Abschirmwirkung von Materialien wie Blei. Zur Unterscheidung von Substanzen mit unterschiedlicher Ordnungszahl  $Z$  ( $\rightarrow$  Röntgenbilder!) ist offenbar niederenergetische Röntgenstrahlung am besten geeignet, für diese hat der Absorptionskoeffizient die stärkste  $Z$ -Abhängigkeit. Das funktioniert aber nur bei 'dünnen' Materialien, denn die Absorption ist ja dann sehr hoch.

*Beispiel:*

$\mu = 100/\text{cm}$  bedeutet eine Abschwächlänge von 0.1 mm!

#### 17.4. Messung von Röntgenstrahlen

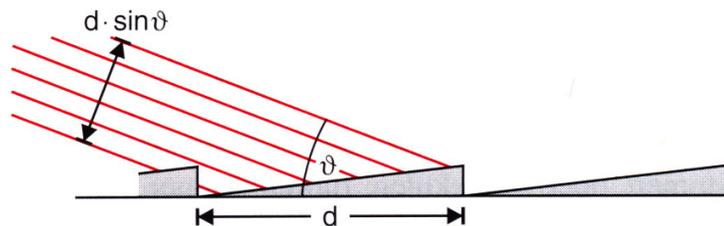
Wir diskutieren hier die Messung von Wellenlänge bzw. Energie.

a) kleine Energien / große Wellenlängen ( $> 1\text{\AA}$ )

Prismen sind wegen der starken Absorption (s.o.) nicht geeignet; Also verwendet man Reflexionsgitter. Da man sehr kleine Gitterkonstanten benötigt ( $\sim \lambda$ ), diese aber nicht leicht hergestellt werden können, behilft man sich mit streifendem Einfall ( $\theta < 1^\circ$ ), wodurch die effektive Gitterkonstante verkleinert wird, siehe Skizze:

$$d_{\text{eff}} = d \sin \theta \quad (12)$$

Bei kleinen Einfallswinkeln kann man auch ausnutzen, dass Totalreflektion auftritt, denn der Bre-



chungsindex von Materialien ist im Röntgenbereich (etwas) kleiner als 1, siehe Vorlesung Elektrodynamik/Optik, die im Vakuum auf das Gitter auftreffenden Röntgenphotonen treffen also auf ein optisch dünneres Medium.

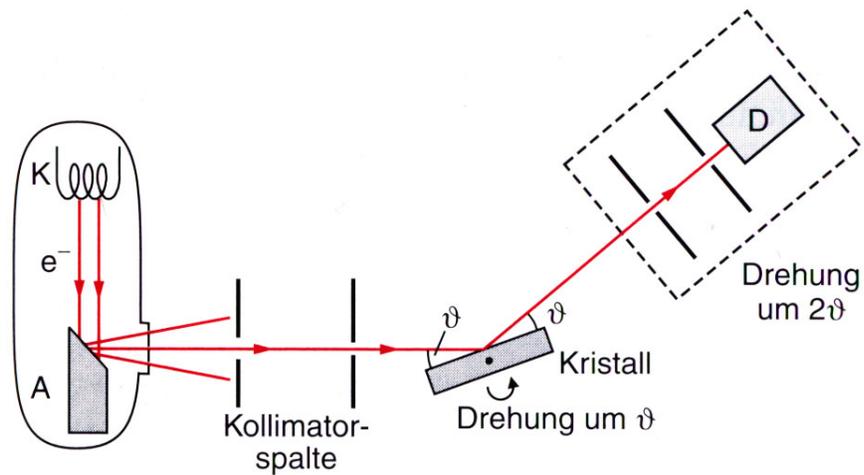
b) mittlere Energien / Wellenlängen ( $\sim 1\text{\AA}$ )

Hier setzt man auf die bekannte Bragg-Streuung<sup>1</sup>:

$$2 d \sin \theta = m \lambda \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (13)$$

Bei bekanntem Abstand  $d$  der Kristallgitterebenen dreht man den Kristall, variiert also  $\theta$  (angefangen bei  $0^\circ$ ) bis maximale Intensität im Detektor nachgewiesen wird ( $m = 1$ ).

<sup>1</sup>Hier hat  $d$  eine andere Bedeutung als oben!



c) hohe Energien ( $> 1 \text{ MeV}$ ) / kleine Wellenlängen ( $\ll 1 \text{ \AA}$ )

Hier kann man verschiedene Teilchendetektoren einsetzen (gasgefüllte Kammern, Szintillationsmaterialien, ...), wobei immer die durch eine Photon-WW erzeugten geladenen Teilchen nachgewiesen werden, also Elektronen oder Positronen. Bei sehr hohen Energien ( $> 1 \text{ GeV}$ ) bildet sich ein Elektron-Photon-Schauer aus beim Durchgang durch Materie, getragen von Paarbildung und Bremsstrahlung, siehe Bild. Dieser kann von Photonen oder Elektronen/Positronen ausgelöst werden. Die hochenergetischen Photonen bezeichnet man als Gamma-Strahlen.

